

VZORY ZKOUŠKOVÝCH PÍSEMEK — PM, VMB (FAPPZ)

1. VARIANTA

1. Úloha. Žebřík je přistaven k místu nacházejícím se ve výšce 3 metry nad vodorovnou rovinou, a to tak, že svírá se svislým směrem úhel 30° . Jak je žebřík dlouhý? Zdůvodněte výpočet, výsledek zaokrouhlete na 2 desetinná místa.

2. Úloha. Řešte v \mathbb{R} logaritmickou rovnici

$$\log(3x - 4) = \log(7x + 6) - 1.$$

3. Úloha. Určete hodnotu matice $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 & -2 \\ 2 & 1 & 3 & -1 \\ 3 & -1 & 2 & 0 \\ 4 & -3 & 1 & k \end{pmatrix}$ v závislosti na parametru k .

4. Úloha. Spočtěte determinant

$$\begin{vmatrix} 3 & 5 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 5 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & 2 & 3 \end{vmatrix}.$$

5. Úloha. Pomocí Cramerova pravidla vypočítejte hodnotu neznáme y

$$\begin{aligned} -2x + y + 3z &= 0 \\ -x + 3y + 2z &= 0 \\ 4x - y - z &= -12 \end{aligned}$$

6. Úloha. V následující tabulce:

	1	2	3	4	5
délka klasu (v cm)	26	21	33	18	28
hmotnost klasu (v dkg)	35	27	42	26	39

najdeme hodnoty zjištěné při sklizni kukuřice u 5 náhodně vybraných vzorků. Zjistěte koeficienty lineární regrese (tj. čísla a , b ve vztahu $y = ax + b$) popisující závislost hmotnosti klasu (y) na jeho délce (x).

2. VARIANTA

1. Úloha. Smícháme 40 kg 30% roztoku kyseliny s 75 kg 60% roztoku kyseliny. Jaká bude koncentrace výsledné směsi? Výpočet zdůvodněte.

2. Úloha. Řešte v \mathbb{R} exponenciální rovnici

$$3^{2x+1} + 3^2 = 28 \cdot 3^x.$$

3. Úloha. Určete definiční obor funkce

$$f(x) = \frac{\sqrt{4-x^2}}{2 \sin x + 1}.$$

4. Úloha. Vypočítejte matici \mathbf{X} z maticové rovnice $\mathbf{XA} - \mathbf{B} = 3\mathbf{A}$, jestliže je $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -2 & 7 \end{pmatrix}$.

5. Úloha. Nalezněte všechna řešení soustavy rovnic

$$\begin{cases} x - 4y + 3z - t = 4 \\ x - 3y + 2z = 1 \\ 2x - 6y - 4t = 6 \\ x - y - 4z - 2t = -1 \end{cases}.$$

6. Úloha. Skupina složená z 15 žáků dosáhla při testu následujících výsledků

body	4	5	6	7	8	9	10
počet žáků, kteří je získali	1	3	1	4	2	2	2

Určete aritmetický průměr, medián, modus, kvartily a variační koeficient této skupiny dat.

3. VARIANTA

1. Úloha. První ze dvou odlitků obsahuje 8 kg cínu, druhý 10 kg cínu. Celková hmotnost obou odlitků je 60 kg. Počet procent cínu v prvním odlitku je o 15 vyšší než počet procent cínu ve druhém odlitku. Určete, kolik procent cínu obsahuje druhý odlitek.

2. Úloha. Řešte v \mathbb{R} logaritmickou rovnici

$$\log_2^2 x + 2 \log_2 x - 3 = 0.$$

3. Úloha. Určete definiční obor funkce

$$f(x) = \ln(x^2 - 3x - 10) - \sqrt{3 - x}.$$

4. Úloha. Vypočítejte matici \mathbf{X} z maticové rovnice $\mathbf{A} + \mathbf{X} = \mathbf{B}\mathbf{X} + 2\mathbf{A}$, jestliže je $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 1 & -5 \end{pmatrix}$.

5. Úloha. Vypočítejte x z rovnice

$$\begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 3 & x & 2 \\ -1 & 1 & 3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & x \\ 1 & 4 \end{vmatrix}.$$

6. Úloha. Bylo provedeno 5 měření, při kterých se spalovalo luční seno (brikety o průměru 65 mm) v laboratorním spalovacím zařízení a zjišťoval se vliv teploty plamene (ve stupních Celsia) na množství kyslíku obsaženého ve spalínách (v procentech)

	1	2	3	4	5
teplota plamene (ve °C)	398	494	553	350	420
množství kyslíku (v %)	8,4	8,7	7,5	9,8	10,0

Určete korelační koeficient závislosti množství kyslíku ve spalínách na teplotě plamene.

4. VARIANTA

1. Úloha. Pole o plošné výměře 1800 m^2 bylo pohnojeno 25 kg močoviny. Močovina obsahuje 45% dusíku. Jaké množství dusíku (v kg) připadlo na 1 m^2 plochy pole?

2. Úloha. Řešte v \mathbb{R} exponenciální rovnici

$$\frac{1}{2} \cdot 4^x + \frac{1}{4} \cdot 2^x = 9.$$

3. Úloha. Určete definiční obor funkce

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2 + x - 2}{16 - x^2}} + \log(9 - x^2).$$

4. Úloha. Spočítejte inverzní matici k matici $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 5 & -7 \\ 2 & 4 & -5 \\ 3 & 6 & -8 \end{pmatrix}$ a výsledek ověřte zkouškou.

5. Úloha. Vypočítejte x z rovnice

$$\begin{vmatrix} x & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 3 & 3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & x \\ -5 & -2 \end{vmatrix}.$$

6. Úloha. V následující tabulce je uvedena výroba medu (v tunách) v České republice v letech 2000–2010. Proved'te vyrovnání této časové řady metodou klouzavých průměrů délky 3 a metodou klouzavých mediánů délky 3.

rok	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
med	7553	6231	5664	6303	7738	8371	9081	8467	6079	6892	7455

VÝSLEDKY

- 1/1) 3,46 m 1/2) $x = 2$ 1/3) 2 pro $k = 1$, jinak 3
 1/4) -89 1/5) $y = \frac{1}{2}$ 1/6) $y = 1,18 \cdot x + 3,99$
 2/1) 49,57% 2/2) $x_1 = 2, x_2 = -1$ 2/3) $x \in \langle -2, -\frac{\pi}{6} \rangle \cup \langle -\frac{\pi}{6}, 2 \rangle$
 2/4) $\mathbf{X} = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 7 & -6 \end{pmatrix}$ 2/5) $(-9 - 4\alpha, -4 - 2\alpha, -1 - \alpha, \alpha)$
 2/6) $\bar{x} = 7,13, \tilde{x} = \hat{x} = 7, \tilde{x}_{25} = 5, \tilde{x}_{75} = 9, v = 0,25$

- 3/1) 25% 3/2) $x_1 = 2, x_2 = \frac{1}{8}$ 3/3) $\mathcal{D} = (-\infty, -2)$
 3/4) $\mathbf{X} = \begin{pmatrix} -7 & 3 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ 3/5) $x = -3$ 3/6) $r = -0,75$
 4/1) 6,25g 4/2) $x = 2$ 4/3) $\mathcal{D} = (-3, -2) \cup \langle 1, 3 \rangle$
 4/4) $\begin{pmatrix} -2 & -2 & 3 \\ 1 & 5 & -4 \\ 0 & 3 & -2 \end{pmatrix}$ 4/5) $x = \frac{17}{11}$

4/6) Metodou klouzavých průměrů délky 3:

med (v t)	-	6483	6066	6568	7471	8397	8640	7876	7146	6809	-
-----------	---	------	------	------	------	------	------	------	------	------	---

Metodou klouzavých mediánů délky 3:

med (v t)	-	6231	6231	6303	7738	8371	8467	8467	6892	6892	-
-----------	---	------	------	------	------	------	------	------	------	------	---