

# 1) EQUATIONS, INEQUALITIES, DOMAINS OF ELEMENTARY FUNCTIONS

APPLIED MATHEMATICS (FAPPZ)

## 1. EQUATIONS AND INEQUALITIES

Solve the following equations in  $\mathbb{R}$ .

1)  $2^{3x-1} \cdot 4 = 8^{x+1} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x$     2)  $\log_5(x^2 + 2x) = \log_5(-3x)$     3)  $\log(x+3) = \log x + \log 3$   
4)  $\log 100x + \log 10x = 7$     5)  $\sin 3x = 1$     6)  $2 \cos^2 x - \cos x - 1 = 0$

Solve the following inequalities in  $\mathbb{R}$ .

7)  $x^2 + 2x + 6 < 0$     8)  $\frac{x+3}{x-1} \leq \frac{x+3}{x}$     9)  $2 \leq \frac{x}{x^2+1}$   
10)  $\sqrt{x^2-4} \leq x+1$     11)  $\frac{3}{|x-2|} \leq x$     12)  $\sin x \geq \frac{\sqrt{3}}{2}$

### Results.

1)  $x = 2$     2)  $x = -5$     3)  $x = \frac{3}{2}$   
4)  $x = 100$     5)  $x = \frac{\pi}{6} + \frac{2}{3}k\pi, k \in \mathbb{Z}$     6)  $x \in \{\frac{\pi}{2}, \frac{4}{3}\pi, \frac{2}{3}\pi\} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$   
7)  $x \in \emptyset$     8)  $x \in (-\infty, -3) \cup (0, 1)$     9)  $\emptyset$   
10)  $x \in \langle 2, \infty$     11)  $x \in \langle 3, \infty$     12)  $x \in \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} (\frac{\pi}{3} + 2k\pi, \frac{2\pi}{3} + 2k\pi)$

## 2. DOMAINS OF ELEMENTARY FUNCTIONS

Find the domain of a given elementary function  $y = f(x)$ .

### Basic.

1)  $y = \frac{x-4}{3-x}$     2)  $y = \frac{1}{x^3 - 5x^2 + 6x}$   
3)  $y = \sqrt{3x-7}$     4)  $y = \log(3x-12) + \sqrt{11-2x}$   
5)  $y = \frac{5 + \sin x}{1 - \sin x}$     6)  $y = \sqrt{\frac{1}{x+4}}$

**From examinations.**

$$\begin{array}{ll}
7) \quad y = \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} & 8) \quad y = \sqrt{\frac{x^2+1}{x}} \\
9) \quad y = \sqrt{\frac{x^2+1}{|x|}} & 10) \quad y = \ln(4x^2-1) + \sqrt{9-x^2} \\
11) \quad y = \frac{3}{4-x^2} - \ln(x^3+x) & 12) \quad y = \sqrt{\frac{2x+3}{3x^2-10x+7}} \\
13) \quad y = \frac{\log(12+4x-x^2)}{\sqrt{x^2-x-2}} & 14) \quad y = \frac{\ln(4-x)}{\sqrt{\ln(2x+1)}} \\
15) \quad y = \arccos \frac{3x}{3-x} & 16) \quad y = \sqrt{1 - \frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x}} \\
17) \quad y = \log(2x^4 - x^6 - x^2) & 18) \quad y = \sqrt{4 - \frac{5}{x} - \frac{9x}{2x+5}}
\end{array}$$

**Advanced.**

$$\begin{array}{ll}
19) \quad y = \ln(7|x| - 12 - x^2) & 20) \quad y = \sqrt{\frac{2x^2+9x-5}{x^4-3x^2}} + \frac{2}{x-5} \\
21) \quad y = \arcsin \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} & 22) \quad y = \arccos \frac{2}{2+\sin x} \\
23) \quad y = \arccos \frac{2-3x}{5} - \log \sqrt{3x-2} & 24) \quad y = \frac{\arcsin(x+1)}{x+\sqrt{3+2x}} \\
25) \quad y = \frac{\sqrt{15+x-2x^2}}{\arcsin \frac{1}{x}} + \frac{1}{\sqrt{x+2}} & 26) \quad y = \frac{1}{\ln(x+5) - \ln(7-x)} + \ln(x+2)
\end{array}$$

**Results.**

$$\begin{array}{lll}
1) \quad \mathcal{D}(f) = (-\infty, 3) \cup (3, \infty) & 2) \quad \mathcal{D}(f) = (-\infty, 0) \cup (0, 2) \cup (2, 3) \cup (3, \infty) & 3) \quad \mathcal{D}(f) = \langle \frac{7}{3}, \infty \rangle \\
4) \quad \mathcal{D}(f) = (4, \frac{11}{2}) & 5) \quad \mathcal{D}(f) = x \neq (4k+1)\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} & 6) \quad \mathcal{D}(f) = (-4, \infty) \\
7) \quad \mathcal{D}(f) = (-1, 1) & 8) \quad \mathcal{D}(f) = (0, \infty) & 9) \quad \mathcal{D}(f) = (-\infty, 0) \cup (0, \infty) \\
10) \quad \mathcal{D}(f) = \langle -3, -\frac{1}{2} \rangle \cup (\frac{1}{2}, 3) & 11) \quad \mathcal{D}(f) = (0, 2) \cup (2, \infty) & 12) \quad \mathcal{D}(f) = [ \langle -\frac{3}{2}, 1 \rangle \cup (\frac{7}{3}, \infty) \\
13) \quad \mathcal{D}(f) = (-2, -1) \cup (2, 6) & 14) \quad \mathcal{D}(f) = (0, 4) & 15) \quad \mathcal{D}(f) = \langle -\frac{3}{2}, \frac{3}{4} \rangle \\
16) \quad \mathcal{D}(f) = (0, 1) & 17) \quad \mathcal{D}(f) = \emptyset & 18) \quad \mathcal{D}(f) = (-\frac{5}{2}, 0) \cup \{5\} \\
19) \quad \mathcal{D}(f) = (-4, -3) \cup (3, 4)
\end{array}$$

$$20) \quad \mathcal{D}(f) = (-\infty, -5) \cup (-\sqrt{3}, 0) \cup (0, \frac{1}{2}) \cup (\sqrt{3}, 5) \cup (5, \infty)$$

$$\begin{array}{lll}
21) \quad \mathcal{D}(f) = \langle 0, 1 \rangle & 22) \quad \mathcal{D}(f) = \cup_{k \in \mathbb{Z}} \langle 2k\pi, (2k+1)\pi \rangle & 23) \quad \mathcal{D}(f) = (\frac{2}{3}, \frac{7}{3}) \\
24) \quad \mathcal{D}(f) = \langle -\frac{3}{2}, -1 \rangle \cup (-1, 0) & 25) \quad \mathcal{D}(f) = (-2, -1) \cup \langle 1, 3 \rangle & 26) \quad \mathcal{D}(f) = (-2, 1) \cup (1, 7)
\end{array}$$