

# 1. FUNKČNÍ HODNOTY, DEFINIČNÍ OBOR FUNKCE DVOU PROMĚNNÝCH

## CVIČENÍ Z MATEMATIKY 3 (DOPORUČENÉ ÚLOHY)

### 1. FUNKČNÍ HODNOTY

**Základní úlohy.** V následujících úlohách vypočítejte příslušné funkční hodnoty.

- 1)  $f(x, y) = 5x + 3y$ ;  $f(-1, 2)$ ,  $f(3, 0)$       2)  $f(x, y) = x^2 + x - 4y$ ;  $f(1, 3)$ ,  $f(2, -1)$   
3)  $f(x, y) = x(y - x^3)$ ;  $f(1, 1)$ ,  $f(-1, 4)$       4)  $f(x, y) = \frac{y}{\ln x}$ ;  $f(e^2, 3)$ ,  $f(\ln 9, e^3)$   
5)  $f(x, y) = xye^{xy}$ ;  $f(1, \ln 2)$ ,  $f(\ln 3, \ln 4)$       6)  $f(x, y) = \frac{e^{xy}}{2 - e^{xy}}$ ;  $f(1, 0)$ ,  $f(\ln 2, 2)$

**Výsledky.**

- 1) 1; 15      2) -10; 10      3) 0; -5  
4)  $\frac{3}{2}$ ;  $\frac{e^3}{\ln(\ln 9)}$       5)  $\ln 4$ ;  $3^{\ln 4} \ln(3^{\ln 4})$       6) 1; -2

### 2. DEFINIČNÍ OBOR

Určete, případně načrtněte definiční obor elementární funkce dvou proměnných zadané předpisem  $z = f(x, y)$ .

**Základní úlohy.**

- 1)  $z = \frac{2}{x - y}$       2)  $z = \sqrt{x} + y$   
3)  $z = \sqrt{2x} - \sqrt{3y}$       4)  $z = \sqrt{1 - x^2} + \sqrt{4 - y^2}$   
5)  $z = \ln(9 - x^2 - y^2)$       6)  $z = \frac{2y}{\sqrt{x + y}} + \frac{3x}{\sqrt{x - y}}$

**Zkouškové úlohy.**

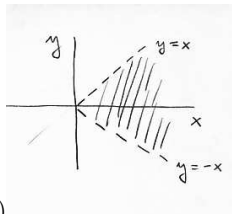
- 7)  $z = \log \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$       8)  $z = \ln \frac{1 - x + y}{y^2 - x - 1}$   
9)  $z = \sqrt{\frac{x^2 + y^2 - 9}{2x + y + 3}}$   
10)  $z = \arccos(3 - x^2 - y^2)$       11)  $z = \sqrt{1 - y^2} + \sqrt{\frac{\ln x + y}{\ln x - y}}$   
12)  $z = \sqrt{\frac{1 - x^2 - y^2}{1 - x^2}} + \sqrt{16 - y^2}$       13)  $z = \ln \frac{4x^2 + 9y^2 - 36}{\ln x - y}$

**Obtížnější úlohy.**

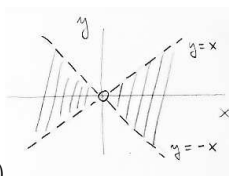
- 14)  $z = \arcsin(y - x^2) + \arcsin(y - x - 1)$   
15)  $z = \ln \frac{4x^2 + 9y^2 - 24x - 36y + 36}{4x^2 - y^2 - 24x + 4y + 28}$       16)  $z = \arcsin \frac{2x + 3y}{x - 1}$

## Výsledky.

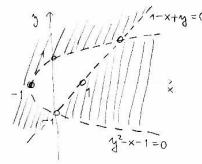
- 1) rovina  $\mathbb{R}^2$ , z níž je vyjmuta přímka  $y = x$
- 2) body 1. a 4. kvadrantu  $\mathbb{R}^2$  včetně hraniční přímky  $x = 0$
- 3) body 1. kvadrantu  $\mathbb{R}^2$  včetně hraničních polopřímek  $x = 0$ ,  $y = 0$
- 4) obdélník  $\langle -1, 1 \rangle \times \langle -2, 2 \rangle$
- 5) vnitřek otevřeného kruhu se středem  $[0, 0]$  a poloměrem 3



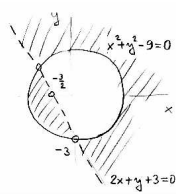
6)



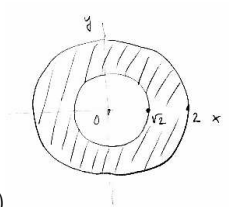
7)



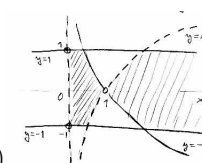
8)



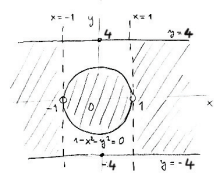
9)



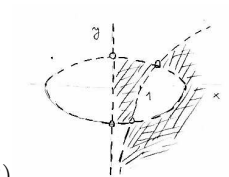
10)



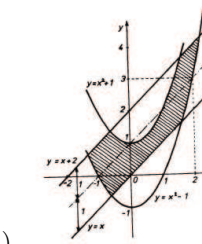
11)



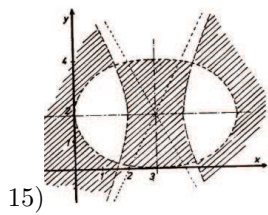
12)



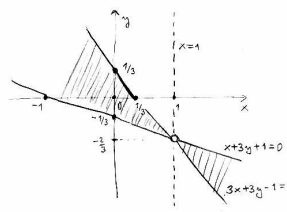
13)



14)



15)



16)