

**10. ŘEŠENÍ SOUSTAV LINEÁRNÍCH DIFERENCIÁLNÍCH ROVNIC
POMOCÍ VLASTNÍCH ČÍSEL A VLASTNÍCH VEKTORŮ
CVIČENÍ Z MATEMATIKY 3 (DOPORUČENÉ ÚLOHY)**

V následujících úlohách nalezněte fundamentální matici soustavy lineárních diferenciálních rovnic s konstantní maticí pomocí Jordanova kanonického tvaru dané matice.

Zkouškové úlohy.

$$\begin{array}{lll}
 1) \quad \begin{array}{l} y_1' = y_1 + 2y_2 + 3y_3 \\ y_2' = 2y_1 + 4y_2 + 6y_3 \\ y_3' = 3y_1 + 6y_2 + 9y_3 \end{array} &
 2) \quad \begin{array}{l} y_1' = 2y_1 + 2y_2 - 2y_3 \\ y_2' = 2y_1 + 5y_2 - 4y_3 \\ y_3' = -2y_1 - 4y_2 + 5y_3 \end{array} &
 3) \quad \begin{array}{l} y_1' = 5y_1 - y_2 + 2y_3 \\ y_2' = -y_1 + 3y_2 - y_3 \\ y_3' = -4y_1 + 2y_2 - y_3 \end{array} \\
 &
 4) \quad \begin{array}{l} y_1' = 6y_1 - 7y_2 + 4y_3 \\ y_2' = y_1 + y_3 \\ y_3' = -2y_1 + 3y_2 \end{array} &
 \end{array}$$

Obtížnější úlohy.

$$\begin{array}{ll}
 5) \quad \begin{array}{l} y_1' = -2y_1 + y_2 - 2y_3 \\ y_2' = y_1 - 2y_2 + 2y_3 \\ y_3' = y_1 - y_2 + y_3 \end{array} &
 6) \quad \begin{array}{l} y_1' = -3y_1 + y_3 \\ y_2' = -3y_2 + 2y_3 \\ y_3' = 3y_1 - 2y_2 - 3y_3 \end{array}
 \end{array}$$

V následujících úlohách nalezněte řešení nehomogenní soustavy lineárních diferenciálních rovnic s konstantní maticí pomocí Jordanova kanonického tvaru dané matice a metody neurčitých koeficientů.

$$\begin{array}{ll}
 7) \quad \begin{array}{l} y_1' = 4y_1 + y_2 - 4e^x \\ y_2' = 9y_1 - 4y_2 - 3e^x \end{array} &
 8) \quad \begin{array}{l} y_1' = 4y_1 + 9y_2 - \cos x \\ y_2' = y_1 + 4y_2 + \sin x \end{array}
 \end{array}$$

Výsledky.

$$\begin{array}{ll}
 1) \quad \begin{pmatrix} -2 & -3 & e^{14x} \\ 1 & 0 & 2e^{14x} \\ 0 & 1 & 3e^{14x} \end{pmatrix} &
 2) \quad \begin{pmatrix} -2e^x & 2e^x & e^{10x} \\ e^x & 0 & 2e^{10x} \\ 0 & e^x & -2e^{10x} \end{pmatrix} \\
 3) \quad \begin{pmatrix} e^{3x} & -e^{2x} & -xe^{2x} \\ 0 & e^{2x} & (x+1)e^{2x} \\ -e^{3x} & 2e^{2x} & 2xe^{2x} \end{pmatrix} &
 4) \quad \begin{pmatrix} e^{2x} & (x+4)e^{2x} & (\frac{1}{2}x^2 + 4x + 1)e^{2x} \\ 0 & e^{2x} & xe^{2x} \\ -e^{2x} & -(x+2)e^{2x} & -(\frac{1}{2}x^2 + 2x)e^{2x} \end{pmatrix} \\
 5) \quad \begin{pmatrix} 0 & -e^{-x} & (1-x)e^{-x} \\ 2e^{-x} & e^{-x} & xe^{-x} \\ e^{-x} & e^{-x} & xe^{-x} \end{pmatrix} &
 6) \quad \begin{pmatrix} 2e^{-3x} & e^{-3x} \cos x & e^{-x} \sin x \\ 3e^{-3x} & 2e^{-3x} \cos x & 2e^{-x} \sin x \\ 0 & -e^{-x} \sin x & e^{-x} \cos x \end{pmatrix} \\
 7) \quad \begin{array}{l} y_1 = c_1 e^{5x} + c_2 e^{-5x} + \frac{23}{24} e^x \\ y_2 = c_1 e^{5x} - 9c_2 e^{-5x} + \frac{9}{8} e^x \end{array} &
 8) \quad \begin{array}{l} y_1 = 3c_1 e^x + 3c_2 e^{7x} + \frac{26}{25} \cos x + \frac{7}{25} \sin x \\ y_2 = -c_1 e^x + c_2 e^{7x} - \frac{8}{25} \cos x - \frac{6}{25} \sin x \end{array}
 \end{array}$$