

**7. INTERVALY MONOTONIE,  
INTERVALY KONVEXITY A KONKÁVITY, INFLEXNÍ BODY**  
CVIČENÍ PEF — PAA (DOPORUČENÉ ÚLOHY)

**Základní úlohy.** Určete maximální intervaly monotonie funkce  $f : y = f(x)$ .

1)  $y = 2 + x - x^2$     2)  $y = x^5 - 15x^3 + 3$

Určete maximální intervaly konvexity a konkávitosti funkce  $f : y = f(x)$ .

3)  $y = 5x^2 + 20x + 7$     4)  $y = x(1 - x)^2$

**Zkouškové úlohy.** Určete maximální intervaly monotonie funkce  $f : y = f(x)$ .

5)  $y = 2x^2 - \ln x$     6)  $y = \arcsin \sqrt{4 - x^2}$   
 7)  $y = x - \ln \frac{1-x}{-3x-1}$     8)  $y = 3\sqrt{x+3} + \sqrt{9-3x}$   
 9)  $y = 2 + 5e^{\sqrt{16-x^2}}$     10)  $y = \frac{\sqrt{x}}{x+100}$   
 11)  $y = 5 + 3 \ln \sqrt{4-x^2}$     12)  $y = x(1 - \ln x)^2$

Určete maximální intervaly konvexity a konkávitosti a inflexní body grafu funkce  $f : y = f(x)$ .

13)  $y = \frac{x^3}{x^2+3}$     14)  $y = \frac{x}{\ln x}$   
 15)  $y = \arctg \frac{1}{x}$     16)  $y = \ln(x^2 - 1)$   
 17)  $y = x + \arctg(2x + 3)$     18)  $y = x + e^{1-x^2}$   
 19)  $y = 5 \ln(3x + 4) + \frac{10}{3x + 4}$     20)  $y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$

**Obtížnější úlohy.** 21) Určete maximální intervaly monotonie funkce  $f(x) = \frac{x^2 \sqrt{x^2 - 1}}{x^2 - 4}$ .

Určete maximální intervaly monotonie a maximální intervaly konvexity a konkávitosti funkce

22)  $f(x) = \sqrt[3]{x^3 - 6x^2}$     23)  $f(x) = \arcsin \frac{2x}{x^2 + 1}$

- Výsledky.** 1) roste na  $(-\infty, \frac{1}{2})$ , klesá na  $(\frac{1}{2}, \infty)$   
 2) roste na  $(-\infty, -3)$ ,  $(3, \infty)$  klesá na  $(-3, 3)$   
 3) konvexní na  $(-\infty, \infty)$ , nemá inflexní body  
 4) konkávní na  $(-\infty, \frac{2}{3})$ , konvexní na  $(\frac{2}{3}, \infty)$ , inflexní bod  $[\frac{2}{3}, \frac{2}{27}]$   
 5) roste na  $(\frac{1}{2}, \infty)$ , klesá na  $(0, \frac{1}{2})$   
 6) roste na  $(-2, -\sqrt{3})$ , klesá na  $(\sqrt{3}, 2)$   
 7) klesá na  $(-1, -\frac{1}{3})$ ,  $(1, \frac{5}{3})$ , roste na  $(-\infty, -1)$ ,  $(\frac{5}{3}, \infty)$   
 8) klesá na  $(\frac{3}{2}, 3)$ , roste na  $(-3, \frac{3}{2})$   
 9) roste na  $(-4, 0)$ , klesá na  $(0, 4)$   
 10) roste na  $(0, 100)$ , klesá na  $(100, \infty)$   
 11) roste na  $(-2, 0)$ , klesá na  $(0, 2)$   
 12) roste na  $(0, \frac{1}{e})$ ,  $(e, \infty)$ , klesá na  $(\frac{1}{e}, e)$   
 13) konkávní na  $(-3, 0)$ ,  $(3, \infty)$ , konvexní na  $(-\infty, -3)$ ,  $(0, 3)$ ,  
 inflexní body  $[-3, -\frac{9}{4}]$ ,  $[0, 0]$ ,  $[3, \frac{9}{4}]$   
 14) konkávní na  $(0, 1)$ ,  $(e^2, \infty)$ , konvexní na  $(1, e^2)$ , inflexní bod  $[e^2, e^2/2]$

- 15) konkávní na  $(-\infty, 0)$ , konvexní na  $(0, \infty)$ , nemá inflexní body
- 16) konkávní na  $(-\infty, -1)$ ,  $(1, \infty)$ , nemá inflexní body
- 17) konkávní na  $\langle -\frac{3}{2}, \infty \rangle$ , konvexní na  $(-\infty, -\frac{3}{2})$ , inflexní bod  $[-\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}]$
- 18) konkávní na  $\langle -\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2} \rangle$ , konvexní na  $(-\infty, -\frac{\sqrt{2}}{2})$ ,  $\langle \frac{\sqrt{2}}{2}, \infty \rangle$ , inflexní body  $[-\frac{\sqrt{2}}{2}, \sqrt{e} - \frac{\sqrt{2}}{2}]$ ,  $[-\frac{\sqrt{2}}{2}, \sqrt{e} + \frac{\sqrt{2}}{2}]$
- 19) konkávní na  $\langle 0, \infty \rangle$ , konvexní na  $(-\frac{4}{3}, 0)$ , inflexní bod  $[0, 5 \ln 4 + \frac{5}{2}]$
- 20) konkávní na  $(-\infty, -\frac{\sqrt{3}}{3})$ ,  $\langle \frac{\sqrt{3}}{3}, \infty \rangle$ , konvexní na  $\langle -\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3} \rangle$ , inflexní body  $[-\frac{\sqrt{3}}{3}, -\frac{1}{2}]$ ,  $[\frac{\sqrt{3}}{3}, -\frac{1}{2}]$
- 21) roste na  $\langle -\sqrt{6+2\sqrt{7}}, -2 \rangle$ ,  $(-2, -1)$ ,  $\langle \sqrt{6+2\sqrt{7}}, \infty \rangle$  klesá na  $(-\infty, -\sqrt{6+2\sqrt{7}})$ ,  $\langle 1, 2 \rangle$ ,  $(2, \sqrt{6+2\sqrt{7}})$
- 22) roste na  $(-\infty, 0)$ ,  $\langle 4, \infty \rangle$ , klesá na  $\langle 0, 4 \rangle$ , konkávní na  $\langle 6, \infty \rangle$ , konvexní na  $(-\infty, 0)$ ,  $\langle 0, 6 \rangle$
- 23) roste na  $\langle -1, 1 \rangle$ , klesá na  $(-\infty, -1)$ ,  $\langle 1, \infty \rangle$ , konkávní na  $(-\infty, -1)$ ,  $\langle 0, 1 \rangle$ , konvexní na  $\langle -1, 0 \rangle$ ,  $\langle 1, \infty \rangle$