

12. OPERACE S MATICEMI, INVERZNÍ MATICE, MATICOVÉ ROVNICE
 CVIČENÍ PEF — PAA (DOPORUČENÉ ÚLOHY)

Základní úlohy. Pro dvojici matic \mathbf{A} , \mathbf{B} rozhodněte, zda platí rovnost $\mathbf{A} = \mathbf{B}$:

1)

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \frac{3}{6} & 0 & -2 \\ 4 & \frac{1}{\sqrt{2}} & -1 \\ 1 & 1 & -3 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \ln 1 & -2 \\ 4 & \frac{\sqrt{2}}{2} & -\operatorname{tg} \frac{\pi}{4} \\ \ln e & 1 & -3 \end{pmatrix},$$

2)

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 3 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

3) Vypočítejte $3\mathbf{A} - 2\mathbf{B} + \mathbf{C}$ pro

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 4 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 3 \\ -5 & 2 & 2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} -4 & 3 & 5 \\ -5 & 7 & 1 \end{pmatrix}.$$

4) Vypočítejte matici \mathbf{X} z rovnice $3\mathbf{X} - 2\mathbf{B} = 5\mathbf{A} + \mathbf{C}$, je-li

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}.$$

Vypočítejte součin matic:

$$5) \quad \begin{pmatrix} 7 & 4 \\ 5 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -3 & -1 \end{pmatrix},$$

$$6) \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ -2 & -3 & 1 \\ 5 & 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

7) Vypočítejte matici \mathbf{X} z maticové rovnice $\mathbf{AXB} = \mathbf{C}$ pro

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -5 & 3 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} -7 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}.$$

8) Vypočítejte matici \mathbf{X} z maticové rovnice $\mathbf{AX} + 3\mathbf{B} = 2\mathbf{X} + 5\mathbf{B}$ pro

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 7 \\ 1 & -6 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Zkouškové úlohy. 9) K dané matici \mathbf{A} vypočítejte pomocí Jordanovy eliminace matici inverzní a proveďte zkoušku

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 5 & -2 & 0 \\ 3 & -3 & 2 \\ 1 & -3 & 3 \end{pmatrix}.$$

10) Vypočítejte matici \mathbf{X} z maticové rovnice $\mathbf{XA} = \mathbf{B}$ pro

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & -2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -2 & -1 & -5 \end{pmatrix}.$$

11) Vypočítejte matici \mathbf{X} z maticové rovnice $\mathbf{AX} = \mathbf{B}$ pro

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 \\ 2 & 3 & -5 \\ 2 & 3 & -6 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -6 & -6 \\ -6 & -6 \end{pmatrix}.$$

Výsledky.

- | | |
|--|--|
| 1) $\mathbf{A} = \mathbf{B}$ | 2) $\mathbf{A} \in \mathbf{M}_{33}, \mathbf{B} \in \mathbf{M}_{23} \Rightarrow \mathbf{A} \neq \mathbf{B}$ |
| 3) $\begin{pmatrix} 6 & -2 & 2 \\ 5 & 0 & 9 \end{pmatrix}$ | 4) $\mathbf{X} = \begin{pmatrix} \frac{11}{3} & \frac{19}{3} \\ \frac{19}{3} & 3 \end{pmatrix}$ |
| 5) $\begin{pmatrix} 23 & -18 \\ 22 & -11 \end{pmatrix}$ | 6) $\begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 11 \\ 0 \end{pmatrix}$ |
| 7) $\mathbf{X} = \begin{pmatrix} 9 & -8 \\ \frac{31}{2} & -\frac{53}{4} \end{pmatrix}$ | 8) $\mathbf{X} = \begin{pmatrix} -12 & 34 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$ |
| 9) $\mathbf{A}^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & -6 & 4 \\ 7 & -15 & 10 \\ 6 & -13 & 9 \end{pmatrix}$ | 10) $\mathbf{X} = \begin{pmatrix} -3 & -7 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ |
| 11) $\mathbf{X} = \begin{pmatrix} 9 & 3 \\ -8 & -4 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ | |