PŘÍMKA V ROVINĚ, TEČNA A NORMÁLA KE GRAFU FUNKCE

1. Přímka v rovině

Uvažujme rovinu $\mathbb{R}^2$ s kartézskou soustavou souřadnic. Bod A této roviny je jednoznačně určen uspořádanou dvojicí reálných čísel (souřadnic) x, y. Píšeme $A = [x, y]$.

Předpokládejme, že p je přímka.

Obecná rovnice přímky. Body $[x, y]$ přímky p jsou určeny rovnicí

$$p: \quad ax + by + c = 0,$$

kde $a, b, c \in \mathbb{R}$ jsou konstanty, přičemž aspoň jedno z čísel a, b je *nenulové.*

- Je-li $a = 0$, je přímka p rovnoběžná s osou x.
- Je-li $b = 0$, je přímka p rovnoběžná s osou y.
- Rovnici přímky p (tj. konstanty a, b, c), která prochází danými body $A = [x_1, y_1]$, $B = [x_2, y_2]$, nalezneme vyřešením soustavy rovnic, které získáme dosazením bodů A, B do rovnice přímky.
- Dvě přímky $p_1 : a_1x + b_1y + c_1 = 0$, $p_2 : a_2x + b_2y + c_2 = 0$ jsou *rovnoběžné*, právě když existuje reálné číslo m, že $a_2 = ma_1$ a $b_2 = mb_1$.
- Dvě přímky $p_1 : a_1x + b_1y + c_1 = 0$, $p_2 : a_2x + b_2y + c_2 = 0$ jsou k sobě *kolmé*, právě když $a_1a_2 + b_1b_2 = 0$.

Směrnicová rovnice přímky. Pokud $b \neq 0$, tj. přímka p *není rovnoběžná* s osou y, lze obecnou rovnici upravit na tvar

$$p: \quad y = kx + q$$

($k = -\frac{a}{b}$, $q = -\frac{c}{b}$). Číslo k se nazývá *směrnice* přímky p.

- Přímku rovnoběžnou s osou y *nelze* vyjádřit směrnicovou rovnicí.
- Je-li směrnice $k = 0$, je přímka p rovnoběžná s osou x.
- Směrnicovou rovnici přímky p, která prochází danými body $A = [x_1, y_1]$, $B = [x_2, y_2]$, $x_1 \neq x_2$, snadno získáme jednoduchou úpravou rovnice

  $$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) \quad \text{nebo} \quad y - y_2 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_2).$$

  Směrnice této přímky p je tedy $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.
- Dvě přímky $p_1 : \ y = k_1x + q_1$, $p_2 : \ y = k_2x + q_2$ jsou *rovnoběžné*, právě když mají stejné směrnice, tj. $k_1 = k_2$.
- Dvě přímky $p_1 : \ y = k_1x + q_1$, $p_2 : \ y = k_2x + q_2$, z nichž žádná není rovnoběžná s osou x nebo y, jsou k sobě *kolmé*, právě když pro jejich směrnice platí $k_1k_2 = -1$.

2. Rovnice tečny a normály

Tečna. Je-li $f'(a)$ derivace funkce f v bodě a, pak přímku t,

$$t : y - f(a) = f'(a)(x - a),$$

nazveme *tečnou* ke grafu funkce f v bodě grafu $T = [a, f(a)]$.

Normála. Normála je přímka kolmá na tečnu, která prochází dotykovým bodem tečny. Přímku n určenou rovnicí

$$n:\ x = a \quad \text{pro } f'(a) = 0 \quad (n \text{ je rovnoběžná s osou } y),$$

$$n:\ y - f(a) = \frac{-1}{f'(a)}(x - a) \quad \text{pro } f'(a) \neq 0,$$

nazveme *normálou* ke grafu funkce f v bodě grafu $T = [a, f(a)]$.