

DERIVACE — ZÁKLADNÍ VZORCE

Konstanta, obecná mocnina.

$$\begin{aligned} (C)' &= 0 & (C \in \mathbb{R}), \quad x \in \mathbb{R}, \\ (x^\alpha)' &= \alpha x^{\alpha-1} & (\alpha \in \mathbb{R}), \quad x \in (0, \infty) \quad (\text{resp. } x \in \mathbb{R} \text{ nebo } x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}). \end{aligned}$$

Speciálně:

$$\begin{aligned} (\sqrt{x})' &= (x^{1/2})' = \frac{1}{2}x^{-1/2} = \frac{1}{2\sqrt{x}}, \quad x \in (0, \infty), \\ (\sqrt[3]{x})' &= (x^{1/3})' = \frac{1}{3}x^{-2/3} = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}, \quad x \in (-\infty, 0) \cup (0, \infty). \end{aligned}$$

Exponenciála, logaritmus.

$$\begin{aligned} (e^x)' &= e^x, & (a^x)' &= a^x \ln a \quad (a > 0, a \neq 1), \quad x \in \mathbb{R}, \\ (\ln x)' &= \frac{1}{x}, & (\log_a x)' &= \frac{1}{x \ln a} \quad (a > 0, a \neq 1), \quad x \in (0, \infty). \end{aligned}$$

Goniometrické a cyklometrické funkce.

$$\begin{aligned} (\sin x)' &= \cos x, & x \in \mathbb{R}, & & (\cos x)' &= -\sin x, & x \in \mathbb{R}, \\ (\operatorname{tg} x)' &= \frac{1}{\cos^2 x}, & x \in \mathbb{R}, x \neq (2k+1)\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}, & & (\operatorname{cotg} x)' &= \frac{-1}{\sin^2 x}, & x \in \mathbb{R}, x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}, \\ (\arcsin x)' &= \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}, & x \in (-1, 1), & & (\arccos x)' &= \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}, & x \in (-1, 1), \\ (\operatorname{arctg} x)' &= \frac{1}{1+x^2}, & x \in \mathbb{R}, & & (\operatorname{arccotg} x)' &= \frac{-1}{1+x^2}, & x \in \mathbb{R}. \end{aligned}$$

Pravidla pro derivování.

- **derivace součtu:** $(f + g)' = f' + g'$;
- **derivace rozdílu:** $(f - g)' = f' - g'$;
- **derivace součinu:** $(fg)' = f'g + fg'$,
speciálně: $(cf)' = cf'$ (c konstanta);
- **derivace podílu:** $\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$,
speciálně: $\left(\frac{f}{c}\right)' = \frac{f'}{c}$ (c konstanta).
- **derivace složené funkce:** $[f(g(x))]' = f'(g(x)) g'(x)$.

Derivování $f(x)^{g(x)}$. Předpokládejme, že $f(x) > 0$. Použijeme vzorec $f(x)^{g(x)} = e^{g(x) \ln f(x)}$ a vzorec pro derivování složené funkce a součinu:

$$(f(x)^{g(x)})' = (e^{g(x) \ln f(x)})' = f(x)^{g(x)} \left(g'(x) \ln(f(x)) + \frac{g(x) f'(x)}{f(x)} \right).$$